INSTRUÇÕES

para a aplicação da atividade "Bons Raios Te Meçam"

Material:

- gnómon (vara, lápis, poste, …);
- fio de prumo e/ou nível;
- régua ou fita métrica, esquadros, compasso;
- cartolina ou papel de cenário;
- equipamento com acesso à internet e com as aplicações informáticas (Google Earth e Stellarium).

Antes das medições...

1º Obter as coordenadas exatas da localização onde se vai efetuar a atividade;
Poderá para isso utilizar um equipamento de GPS e/ou um equipamento com acesso à internet. (Google Earth ou Sítio na internet para obtenção das coordenadas geográficas).

2º Determinar a distância da sua localização ao Trópico de Câncer (linha geográfica imaginária à latitude 23,437540° Norte (23° 26′ 15,1" de latitude norte);
Esta distância pode ser obtida recorrendo a um mapa e calculando a distância real atendendo à escala do mesmo. Pode ainda fazer esta medição usando o Google Earth.

3º Averiguar qual a hora do meio dia solar no dia 21 de junho de 2013 na localização da atividade;
O meio dia solar em Portugal Continental varia, entre as 13h29m e as 13h 38m, sendo diferente na Madeira e nos Açores. A esta hora, a sombra dos objetos é mínima. Deve usar o valor do instante do meio dia solar para a sua localidade em Portugal ou S. Tomé como está na página do Observatório Astronómico de Lisboa dedicada a esta actividade, pois *é muito importante fazer uma medição nesse mesmo instante.* Também poderá utilizar a aplicação informática Stellarium, para constatar qual será o momento do meio dia solar na sua localização.

4º Escolher o objeto que sirva de gnómon;
Dê asas á criatividade e adapte um objeto que sirva para esse efeito, preferencialmente de forma cilíndrica. Recorra a materiais simples, de baixo custo e de fácil obtenção. Por exemplo, um lápis novo serve de gnómon, mas não é uma boa solução.

5º Escolher um local plano e horizontal exposto ao sol.
Normalmente, os campos desportivos existentes nas escolas proporcionam uma boa base horizontal para a realização da experiencia. No entanto é recomendável o uso de um nível para comprovar essa característica do chão.

6º Preparação do espaço para a atividade;
Um pouco antes do meio dia solar, deve fixar a cartolina ou a folha de papel de cenário com fita adesiva no local plano escolhido para as medições. Lembre-se de escolher um local onde não haverá sombra de prédios ou árvores. De seguida deverá erigir o gnómon escolhido, de modo a permitir o registo das sombras na cartolina (papel de cenário).

Neste procedimento há cuidados importantes a ter em conta, para se obter um resultado final mais exacto e preciso (veja a discussão mais à frente):

1) Deve garantir que o *gnómon está mesmo vertical.* Sugere-se o uso de uma régua com bolha de nível – ou fio de prumo – para certificar-se da sua verticalidade.
2) Utilizar um gnómon com uma altura de *pelo menos 1 metro.*
3) Deve garantir que o *plano do chão* escolhido (soalho, mesa, tábua, etc.) onde assenta o gnómon (e a sombra projectada) *está mesmo horizontal.* Use uma régua com bolha de nível para certificar-se da horizontalidade.

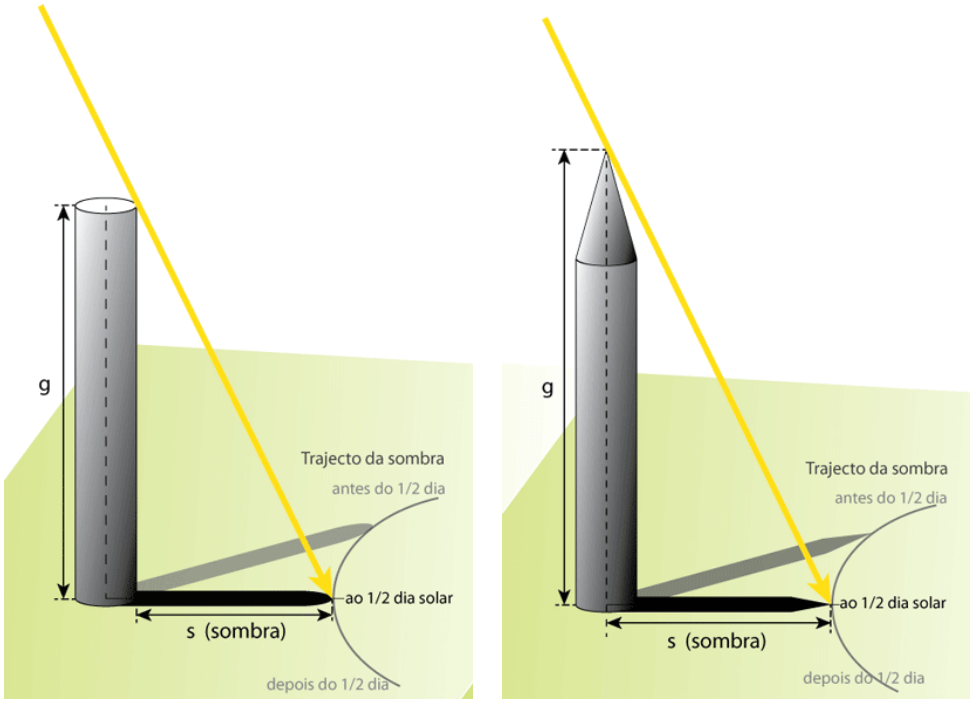
4) Deve realizar *uma medição do comprimento da sombra* do gnómon *no instante do meio dia solar* para a sua localidade.
5) Para fazer a medição anterior deve acertar o seu relógio pessoal pela Hora Legal Portuguesa, através do site do Observatório Astronómico de Lisboa.

Efetuar as medições...

Aproximadamente meia hora antes da hora prevista para o meio dia solar, inicie o registo da extremidade da sombra do gnómon na cartolina (ou papel de cenário), e a respetiva hora do registo. Repita este processo, de cinco em cinco minutos. Durante estas anotações, irá aperceber-se que a sombra diminui de tamanho até atingir um comprimento mínimo num determinado instante e, depois, a sombra volta a aumentar de dimensão. Esse instante é o meio dia solar e é, justamente, esta marcação que interessa para a nossa atividade.

– Assim, deve efectuar *uma marca no comprimento da sombra* mínima do gnómon *no instante do meio dia solar*, na sua localidade.

No final dos registos deverá retirar o gnómon e medir a distância entre a marca da sombra mínima e o ponto onde estava a base do gnómon. Veja as figuras seguintes para decidir se deve usar como referência a superfície exterior do gnómon (caso da esquerda) ou a posição do seu centro (caso da direita).



Se não conseguir constatar bem qual foi a posição da sombra mínima poderá construir a mediatriz do segmento definido por dois registos idênticos (antes e após o meio dia solar) e assumir para medida da sombra mínima a distância do ponto onde estava erigido o gnómon ao ponto da interceção entre a mediatriz e o arco descrito pela extremidade da sombra.

Após a obtenção do comprimento mínimo da sombra e da altura do gnómon (que pode ter sido medido previamente) já tem todos os dados necessários à determinação de um valor estimado para o raio da Terra!

Neste momento poderá submeter os dados recolhidos no sítio do Ano Internacional da Matemática do Planeta Terra através do formulário disponibilizado para o efeito.

No entanto poderá dar continuidade à atividade calculando a sua estimativa para o raio da terra, atendendo ao facto de que no dia 21 de junho (solstício de verão) ser o único dia do ano em que o sol atinge o zénite (nas localizações situadas no Trópico de Câncer) e consequentemente as sombras dos objetos (nessas localizações) ficarão exatamente sobre os mesmos: são nulas.

Agora a Matemática...

Considere:

a a amplitude do ângulo definido pelos raios solares e o gnómon;
s a medida do comprimento da sombra (após correção);
g a medida do comprimento (altura) do gnómon;
d a distância entre a localização da experiência e o Trópico de Câncer (em Km);
P o valor estimado para perímetro do planeta terra;
r o valor estimado para raio da terra.
lat o valor da sua latitude em graus.

1º Processo (Utilizando o Trópico de Câncer)

Comece por determinar o valor do ângulo definido pelos raios solares e o gnómon (que é a distância zenital do sol no instante da passagem no meridiano local), utilizando a trigonometria do seguinte modo:

$$\alpha_m = tg^{-1}\left(\frac{s}{g}\right)$$

Atendendo a que o sol tem, nesse dia, um raio angular de α_{sol}= 15,73' (minutos de arco) = 0,2622° deve adicionar este valor a α_m, para obter o verdadeiro ângulo zenital do sol: $\alpha = \alpha_m + \alpha_{sol}$.

Terá de obter a distância d a partir de um mapa (*recomendado!*) ou, se quiser, calculá-lo por:
$d = 6378{,}14\,(lat - 23{,}43754)\,\pi/180$ km.

Tendo os valores de α e d faz-se o cálculo estimado do perímetro da Terra, usando a expressão $P = \frac{360 \times d}{\alpha}$

e, consequentemente, determinar o valor aproximado para o raio do planeta Terra: $r = \frac{P}{2\pi}$.

Compare o seu resultado com o valor do raio equatorial terrestre: 6378,14 km.

A incerteza do resultado obtido

Esta discussão é mais técnica mas interessante para se perceber a importância dos procedimentos sugeridos. Na realidade o resultado final é muito dependente da precisão com que se medem estes parâmetros. Por exemplo, se um gnómon de 1 m de altura estiver inclinado de apenas 1,5° em relação à vertical, se a medição da sua altura (do chão ao topo) for feita com uma pequena incerteza de 2 mm e a do comprimento da sombra com uma incerteza de 2 mm, usando as equações anteriores para Lisboa, obtém-se o resultado: R_{terra}= 6377 ±617 km.
Se não for aplicada a correcção do raio angular do sol α_{sol} ao ângulo α_m medido, o valor calculado será: R_{terra}= 6488 ±639 km, degradando o resultado.
Mantendo a melhor das condições para Bragança, o resultado será: R_{terra}= 6377 ±495 km, mas para o Funchal o resultado fica em R_{terra}= 6376 ±1076 km. O problema neste caso é o curtíssimo comprimento da sombra solar.
O mesmo acontece quando se trabalha com um gnómon mais curto: seja um de 50 cm de altura. O resultado na melhor das condições para Lisboa é R_{terra}= 6377 ±650 km, que tem precisão inferior.

Resumindo: siga as instruções e recomendações sugeridas o melhor que puder.

2º Processo (Utilizando os registos de outra localização com a mesma longitude)

Eventualmente, esta medição poderá ser realizada em dois locais na mesma longitude, desde que se saiba a distância entre os dois locais. O procedimento é análogo ao do 1º Processo, ou seja, em cada um dos locais deve ser medido, ao meio-dia solar, o comprimento da sombra do gnómon, e calculados os ângulos no primeiro local (a_1) e no segundo local (a_2).

Considere-se agora

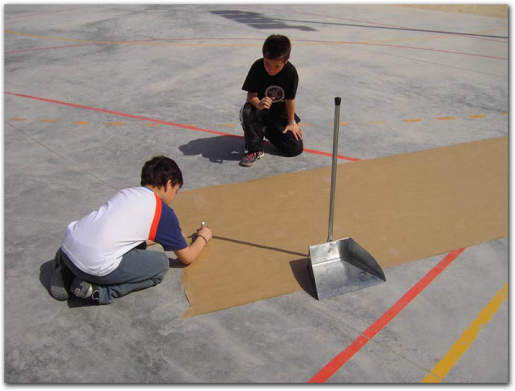
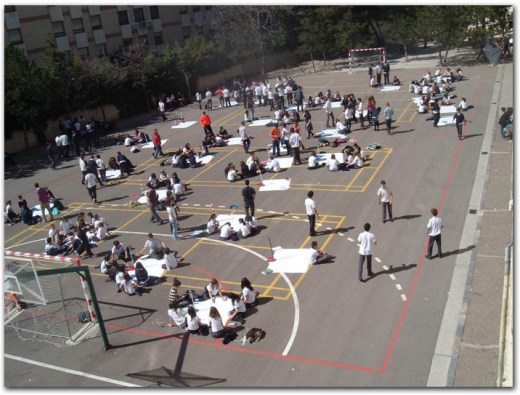
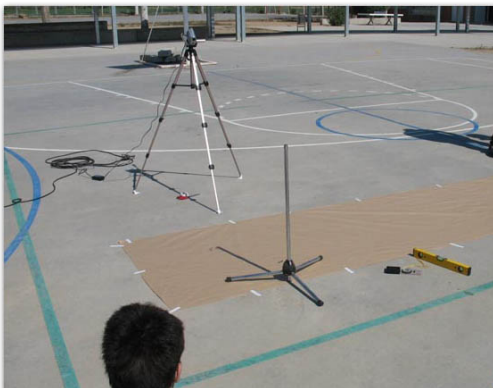
α_1 a amplitude do ângulo definido pelos raios solares e o gnómon (angulo menor – obtido no local mais a Sul) (calculada como no 1º Processo);

α_2 a amplitude do ângulo definido pelos raios solares e o gnómon (angulo maior – obtido no local mais a Norte) (calculada como no 1º Processo);

α^* a diferença entre as duas amplitudes obtidas ($\alpha^* = \alpha_2 - \alpha_1$);

d^* a distância entre a localização da experiência entre os dois locais (em Km);

E analogamente efetuar os cálculos para a determinação do valor aproximado para o raio do planeta Terra.

Bons Raios Te Meçam

Registos fotográficos de atividades semelhantes realizadas em Espanha, Brasil, México e Estados Unidos: